

# STATISTIQUES PHYSIQUES

**Méthodes** employées en **mécanique statistique** pour le traitement des **systèmes** constitués d'un grand nombre de **particules**.

Le nombre de particules, pour la majorité des systèmes physiques **macroscopiques** (gaz, électrons de combustion dans un métal, photons d'un corps noir, etc.) est de l'ordre de  $10^{23}$ , ce qui rend impossible, même à l'aide des calculateurs les plus puissants, la résolution des **équations du mouvement**.

Il est d'ailleurs impensable, dans le cadre de la **mécanique quantique**, de connaître à chaque instant l'**état** individuel de chaque particule.

Cependant la **mécanique statique** permet de prévoir le nombre moyen de particules se trouvant dans un état donné.

Etablir une statistique physique, c'est savoir comment les particules se distribuent dans les divers états accessibles, en particulier en fonction de leur **énergie**.

Si l'on considère que tous les états accessibles sont **équiprobables** (selon le postulat fondamental du **formalisme microcanonique**) dans le cas d'un système à énergie fixée, alors la probabilité d'une **distribution** est proportionnelle au nombre de **modes** (c'est-à-dire au nombre de façons différentes de placer les particules dans les états individuels) réalisant cette distribution.

Le nombre de modes est calculé différemment que l'on considère les particules comme des objets classiques ou quantiques. Dans le cas classique, on considère que des particules identiques peuvent être différenciées par leur trajectoire : à chaque particule est associée une trajectoire parfaitement définie. Si **N** désigne le nombre total de particules, le nombre de façons de distribuer **N1** particules se trouvant dans l'état d'énergie **E1**, **N2** particules dans l'état d'énergie **E2**, etc. est donné par la formule :

$N_1$

$$W(N_1, N_2, \dots) = \frac{1}{N_1! N_2! \dots N_i! \dots}$$

$$N_1! N_2! \dots N_i! \dots$$

On montre que ces nombres sont maximum lorsque :  $N_i = A e^{-\beta \epsilon_i}$ , ou A est une constante

1

déterminée de façon à ce que la somme des  $N_i$  soit égale à  $N_{\text{OB}}$  = ----- ou T est la température

KT

Absolue et K la constante de **Boltzmann**. La distribution  $N(E) = A e^{-E/KT}$ , est appelée distribution de Boltzmann et permet de déterminer la distribution des vitesses des molécules dans le cas d'un gaz parfait (distribution de **Maxwell**), l'énergie interne en fonction de la température, les relations entre **grandeurs thermodynamiques**.

L'application de la distribution de Boltzmann aux solides conduit à la **loi de Dulong et petit** qui décrit la variation de la chaleur spécifique en fonction de la température. La théorie prévoit une valeur constante pour la chaleur spécifique, valeur qui est en accord avec l'expérience pour les hautes températures, mais qui n'est pas vérifiée aux basses températures (expérimentalement, la chaleur spécifique tend vers zéro).

En outre, les prédictions faites à partir de la distribution de Maxwell sont en net désaccord avec l'expérience en ce qui concerne la chaleur spécifique des métaux, ainsi qu'avec le rayonnement du corps noir. Cela est dû au fait qu'on ne peut plus négliger les effets quantiques liés notamment au principe de **Pauli** et à la nature **ondulatoire** des particules.

Dans le cas des **bosons**, la distribution, dite de Bose – Einstein, est donnée par la formule :

$$N(E) = \frac{1}{e^{(E - E_0)/KT} - 1}$$

Où  $E_0$  est une fonction de la température, qui est déterminée de façon à ce que le nombre total de particules soit égal à N.

L'autre type de distribution, s'appliquant aux **fermions** qui, en vertu du principe de Pauli, ne peuvent occuper les mêmes états quantiques, est appelée distribution de **Fermi-Dirac** :

$$N(E) = 1 / (e^{(E - E_0)/KT} + 1).$$

On peut remarquer que lorsque **E** est très supérieur à **E<sub>0</sub>**, **N** est inférieur à **1**, et les distributions quantiques rejoignent la distribution classique (cela peut s'interpréter par le fait que l'on peut alors négliger les effets quantiques).

La distribution de Bose-Einstein permet de formuler des théories sur la chaleur spécifique des solides qui sont en très bon accord avec l'expérience, et de déterminer avec une grande précision le spectre du corps noir.

Cette connexion entre **spin** et **statistique** est une conséquence théorique de la théorie quantique des champs.